Kurs logiki rozmytej - zadania

Wojciech Szybisty

2009

Spis treści

Przykłady rozwiązywania zadań

W rozdziale tym zaprezentowano praktyczne użycie apletów. Każdy podrozdział to zbiór zadań z trzech wcześniej opisywanych działów: zbiory rozmyte, relacje rozmyte oraz logika rozmyta. Każde zadanie posiada opis rozwiązania go przy pomocy apletów.

1 Zadania - zbiory rozmyte

Przedstawiono tutaj rozwiązania zadań z działu: zbiory rozmyte.

1. Dany jest zbiór rozmyty $A\left(x\right) = trapez\left(x; -2, 0.5, 2.5, 6\right)$. Określić jego nośnik, jądro i wysokość dla $x \in \mathbb{R}$.

   Rozwiązanie:

   Uruchamiamy aplet *Rodzaje funkcji przynależności.* Z rozwijalnego menu wybieramy funkcję trapezoidalną. Zmieniamy uniwersum tak, aby dane wartości nie wychodziły poza zakres oraz tak, aby wykres był w miarę duży. Ustawiamy uniwersum -3:7. Wpisujemy teraz odpowiednie parametry funkcji czyli: a: -2, b: 0.5, c: 2.5, d: 6 i klikamy Ustaw. Zostanie wyrysowany wykres funkcji oraz obliczone właściwości funkcji. Z panelu możemy odczytać odpowiedź: nośnik: (-2.0, 6.0), jądro: [0.5, 2.5], wysokość: 1.0 (rysunek 1).

2. Dany jest zbiór rozmyty $A(x) = gauss(x; 10, 25)$ Zbadać wypukłość zbioru rozmytego A.

   Rozwiązanie:

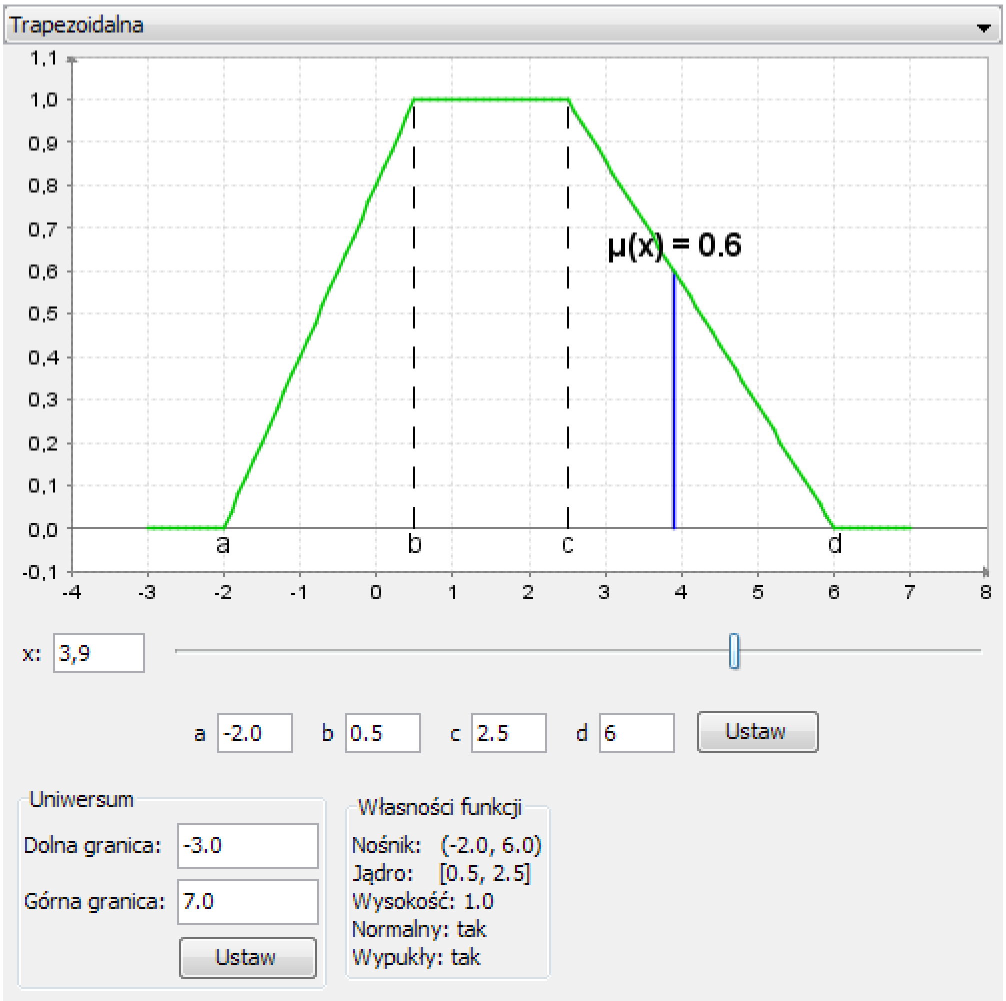
   Postępujemy podobnie jak w poprzednim zadaniu. Ustawiamy uniwersum np. 0:50 oraz parametry funkcji s: 10, c: 25. Po wyrysowaniu funkcji na panelu właściwości pojawia nam się, że dany zbiór A jest zbiorem wypukłym.

3. Wyznaczyć stopnie przynależności elementu $x = 5.5$ do zbiorów o funkcjach przynależności $A_1\left(x\right) = trapez\left(x; 2, 3, 4, 6\right)$ i $A_2\left(x\right) = trapez\left(x; 4, 6, 7, 8\right)$.

   Rozwiązanie:

   Możemy albo skorzystać z apletu *Rodzaje funkcji przynależności* rozwiązując zadanie dla każdej funkcji osobno lub skorzystać z apletu *Działania logiczne na zbiorach rozmytych*, który pozwala nam na wyrysowanie obu funkcji naraz. Wybieramy opcję drugą.

   W panelu apletu ustawiamy uniwersum 0:10. Funkcję A ustawiamy jako trapezoidalną z odpowiednimi parametrami a:2 ,b:3, c:4 d:6. Funkcję B również jako trapezoidalną jednak z innymi parametrami a:4 ,b:6, c:7, d:8. Suwakiem, który znajduje się pod wykresem przechodzimy do x=5.5. Możemy także wpisać wartość w odpowiednie pole.



Rysunek 1: Zadanie 1 (str. 3) - aplet z wprowadzonymi danymi

Panel wybór funkcji służy do przełączania się pomiędzy funkcjami. Wybierając Funkcja A mamy możliwość odczytania stopnia przynależności dla zbioru A_1, natomiast przełączając się na Funkcja B odczytujemy stopień przynależności dla zbioru A_2.

$A_1(5.5) = 0.25$, $A_2(5.5) = 0.75$.

4. Dane są zbiory rozmyte $A(x) = \mu(x; 20, 55, 80)$ i $B(x) = trapez(x; 10, 25, 65, 90)$. Zbadać inkluzje $A \subset B$, $B \subset A$ oraz równość $A = B$.

   Rozwiązanie:

   Zadanie to rozwiązujemy przy pomocy apletu *Działania logiczne na zbiorach rozmytych*. Podobnie jak to było w poprzednich zadaniach, ustawiamy odpowiednie uniwersum (0:100) oraz parametry funkcji A i B. Wybierając odpowiednie działania możemy zbadać obie inkluzje oraz równość danych zbiorów.

   Informacja o wyniku działania pojawia się nad wykresami funkcji.

   Dla poszczególnych działań możemy odczytać odpowiedzi: *A zawiera się w B*, *B nie zawiera się w A* oraz *A nie jest równe B*.

5. Dane są zbiory rozmyte $A(x) = trapez(x; 1, 2, 5, 6)$ i $B(x) = trapez(x; 3, 4, 6, 9)$ przy czym $x \in \mathbb{R}$. Wyznaczyć:

   (a) $A \cap B$,

   (b) $A \cup B$,

   (c) $A \backslash B$,

   (d) $\overline{A}$.

   Rozwiązanie:

   Zadanie rozwiązujemy przy pomocy apletu *Działania logiczne na zbiorach rozmytych.*

   Ustawiamy uniwersum 0:10 oraz odpowiednie parametry obu funkcji. Wybierając odpowiednie działanie logiczne otrzymujemy poszukiwane wykresy funkcji.

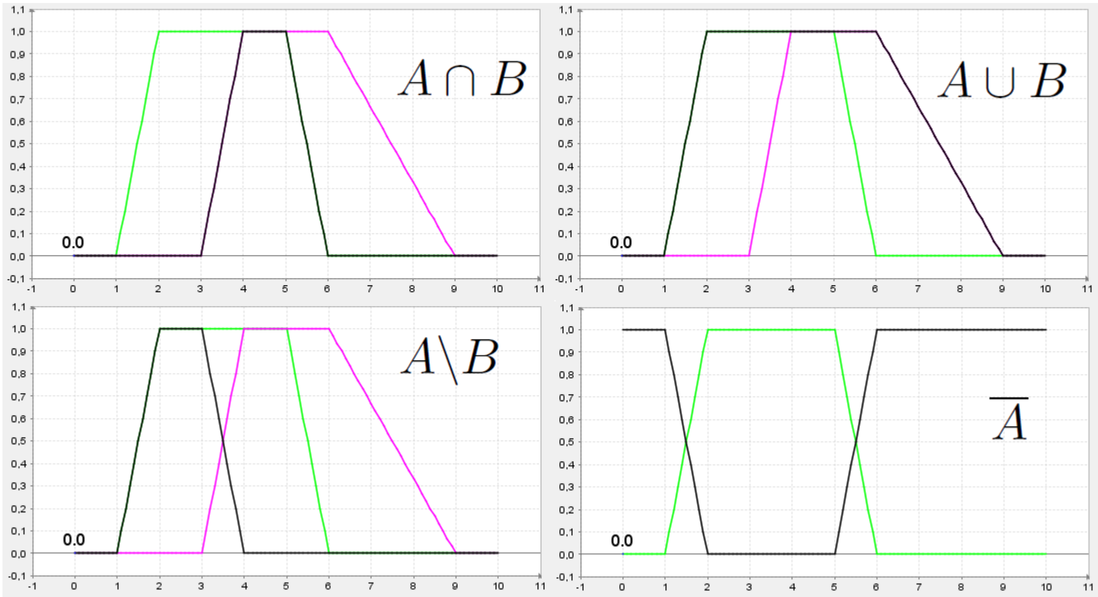
   Aby uzyskać przejrzysty wykres dla działania $\overline{A}$ możemy usunąć funkcję B z wykresu.

   Odpowiedź do zadania przedstawia rysunek 2.

6. Dane są zbiory rozmyte $A(x) = \mu(x; 20, 60, 80)$ i $B(x) = trapez(x; 30, 50, 80, 90)$ przy czym $x \in \mathbb{R}$. Wyznaczyć nośnik, jądro oraz wysokość zbioru, który jest wynikiem działania:

   (a) $A \cap B$,

   (b) $A \oplus B$,



Rysunek 2: Rozwiązanie zadania 5 ze strony 5

(c) $A \backslash B$.

Rozwiązanie:

Zadanie rozwiązujemy przy pomocy apletu *Działania logiczne na zbiorach rozmytych* (rysunek 3).

Ustawiamy uniwersum 0:100 oraz parametry funkcji. W panelu wyboru funkcji wybieramy 'Wynik operacji' . Po wybraniu odpowiedniego działania w panelu właściwości pojawiają się odpowiedzi:

(a) $supp(A \cap B) = (30, 80)$, $core(A \cap B) = 60$, $hgt(A \cap B) = 1$

(b) $supp(A \oplus B) = (20, 60) \cup (60, 90)$, $core(A \oplus B) = 80$, $hgt(A \oplus B) = 1$

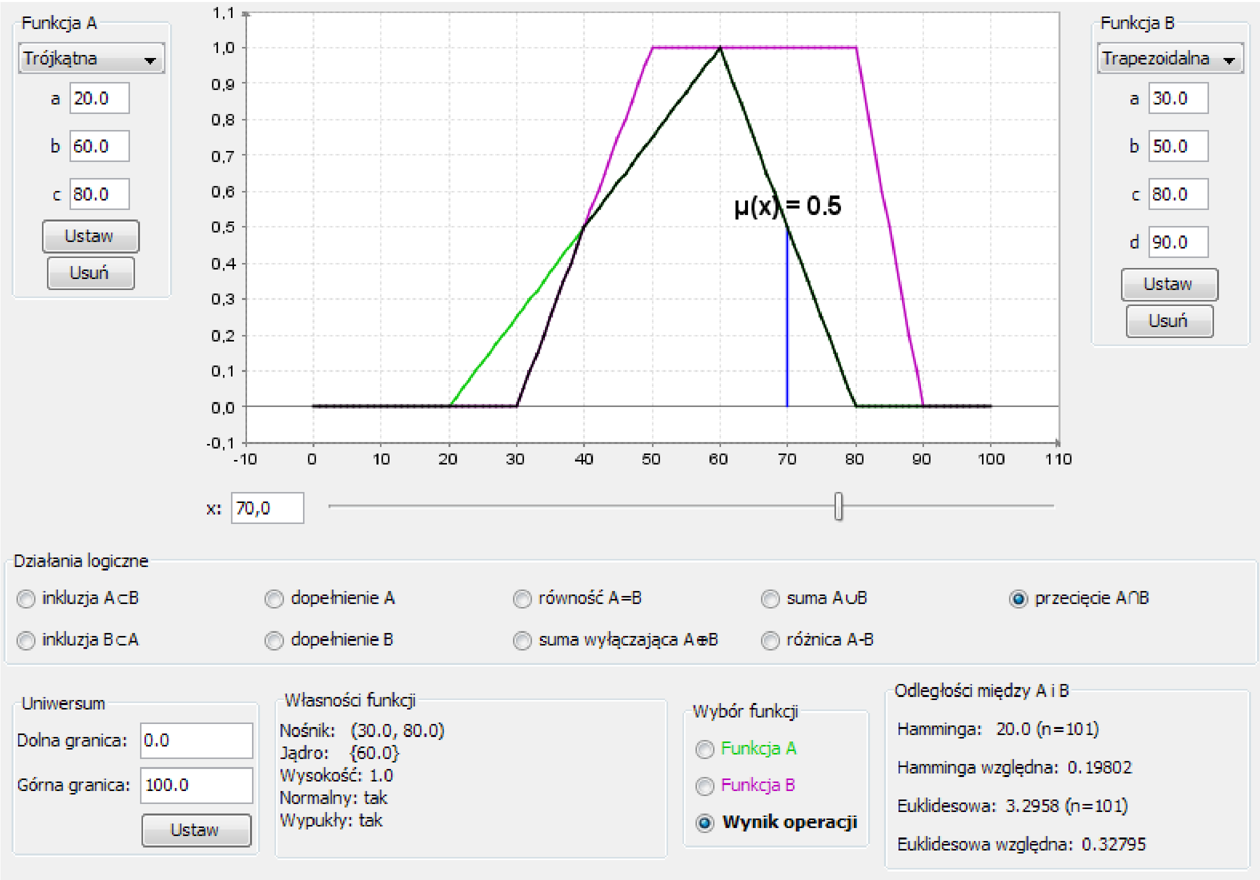
(c) $supp(A \backslash B) = (20, 50)$, $core(A \backslash B) = \emptyset$, $hgt(A \backslash B) = 0.5$

2 Zadania - relacje rozmyte

Przedstawiono tutaj rozwiązania zadań z działu: relacje rozmyte.

1. Dane są zbiory rozmyte $A(x) = \{(x_1, 0.5), (x_2, 0.7), (x_3, 1)\}$ i $B(y) = \{(y_1, 0.9), (y_2, 0.6)\}$. Wyznaczyć iloczyn kartezjański zbiorów $A \times B$ korzystając z funkcji minimum.

   Rozwiązanie:



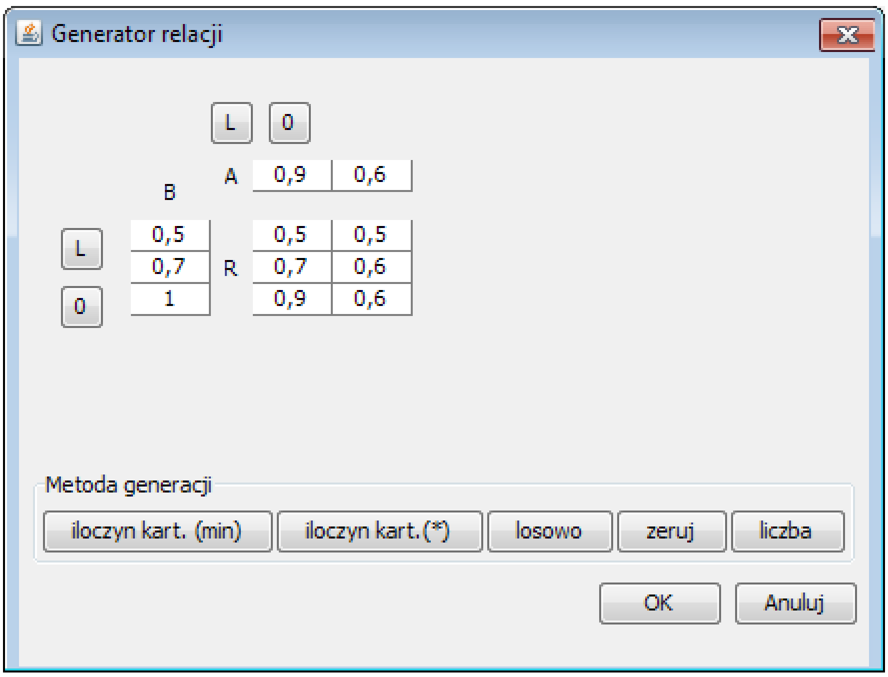
Rysunek 3: Zadanie 6 (str. 5) - aplet z wprowadzonymi danymi

Zadanie rozwiązujemy przy pomocy na przykład apletu *Działania na relacjach rozmytych*.

W żadnym z apletów nie ma typowych opcji do obliczenia iloczynu kartezjańskiego. Jednak generator relacji jaki znajduje się w wybranym aplecie posiada taką możliwość (rysunek 4).

Na początku określamy rozmiar relacji, czyli 3x2, po czym wciskamy przycisk *. W tabelce po lewej wpisujemy zbiór A, w tabelce u góry wpisujemy zbiór B. Wybieramy metodę generacji iloczyn kart. (min). W środkowej tabeli pojawia nam się wynik:

$A \times B$	y_1	y_2
x_1	0.5	0.5
x_2	0.7	0.6
x_3	0.9	0.6



Rysunek 4: Zadanie 1 (str. 6) - okno generatora relacji z wprowadzonymi danymi

2. Wyznaczyć rzutowania relacji R:

R	y_1	y_2	y_3	y_4
x_1	0.2	0.7	1	0
x_2	0.4	0.3	0.9	0.5
x_3	0.1	0	0.1	0.6

Rozwiązanie:

Zadanie rozwiązujemy przy pomocy apletu *Działania na relacjach rozmytych→ Rzutowanie relacji.*

Przyciskami + i - ustawiamy odpowiedni rozmiar relacji i wpisujemy dane do tabeli. Rzutowanie liczone jest na bieżąco po wprowadzeniu każdej z wartości. Dopiero po uzupełnieniu całej tabeli możemy odczytać wyniki.

$$\underset{\mathbb{X}}{\mathrm{proj}}\,(R) = \{(x_1, 1), (x_2, 0.9), (x_3, 0.6)\}$$
$$\underset{\mathbb{Y}}{\mathrm{proj}}\,(R) = \{(y_1, 0.4), (y_2, 0.7), (y_3, 1), (y_4, 0.6)\}$$
$$h(R) = 1$$

3. Zbadać inkluzję $R \subset S$, $R \subset S$ i równość $R = S$ relacji

$$R = \left\{ \begin{matrix} 0.2 & 0 & 1 \\ 0.7 & 0.3 & 0.5 \end{matrix} \right\}, \qquad S = \left\{ \begin{matrix} 0.2 & 0 & 0.9 \\ 0.5 & 0 & 0.5 \end{matrix} \right\}$$

Rozwiązanie:

Zadanie rozwiązujemy przy pomocy apletu *Działania na relacjach rozmytych.*

Ustawiamy odpowiednie rozmiary relacji A i B oraz wpisujemy do nich dane. Po wybraniu odpowiedniego działania nad relacją R pojawia się odpowiedź: *R nie zawiera się w S, R zawiera się w S, R nie jest równe S,*

4. Dane są zbiory rozmyte $A(x) = \{(x_1, 0.7), (x_2, 1)\}$, $B(y) = \{(y_1, 0.2), (y_2, 0.6)\}$. Pomiędzy zbiorami zachodzą relacje: $R = A \times B$ $(\wedge)$ oraz $S = A \times B$ $(\cdot)$.

Wyznaczyć: $R \backslash S$, $R \oplus S$

Rozwiązanie:

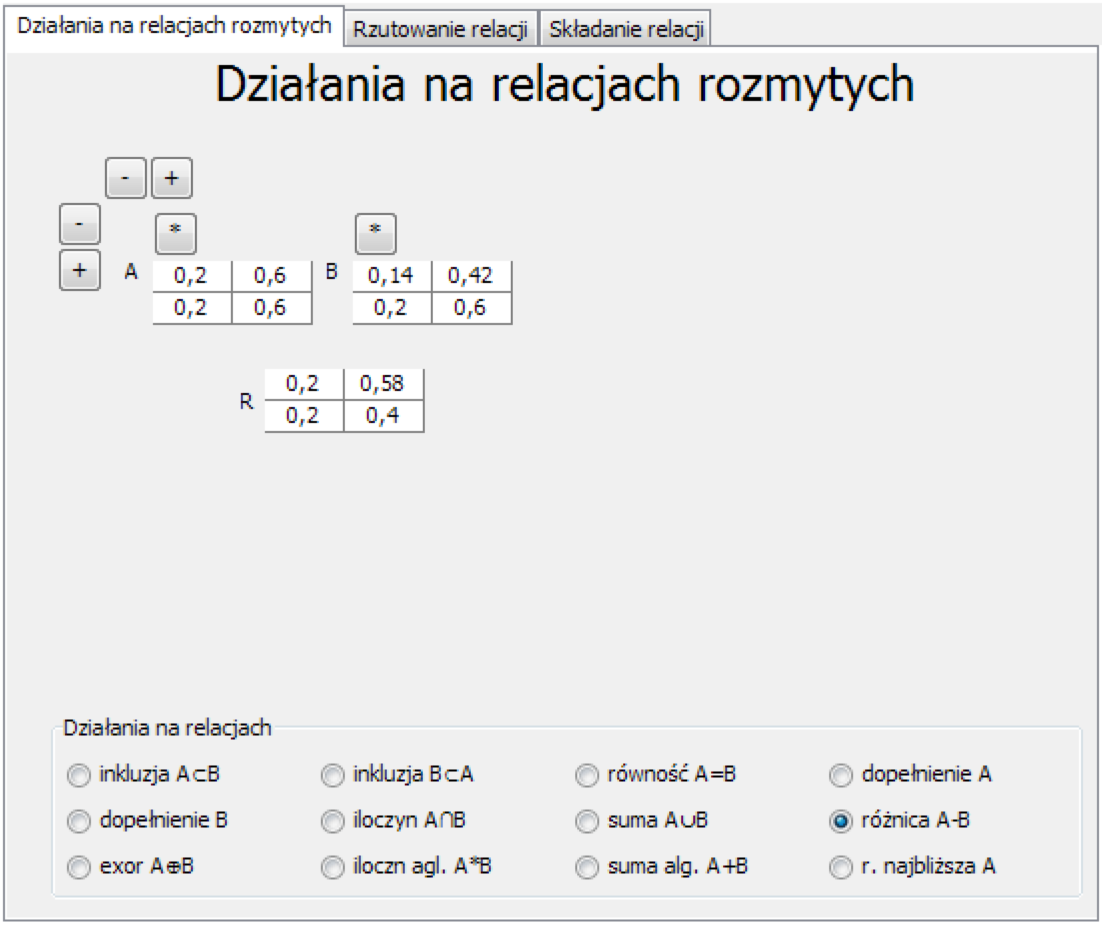
Zadanie rozwiązujemy przy pomocy na przykład apletu *Działania na relacjach rozmytych* oraz *Działania na relacjach rozmytych → Rzutowanie relacji* (rysunek 5).

Ustawiamy odpowiednią wielkość relacji i włączmy generator relacji A (przycisk *). W panelu wpisujemy dane w zadaniu zbiory oraz klikamy przycisk obliczania iloczynu kartezjańskiego minimum. Podobnie wprowadzamy dane dla relacji B (rysunek 6).

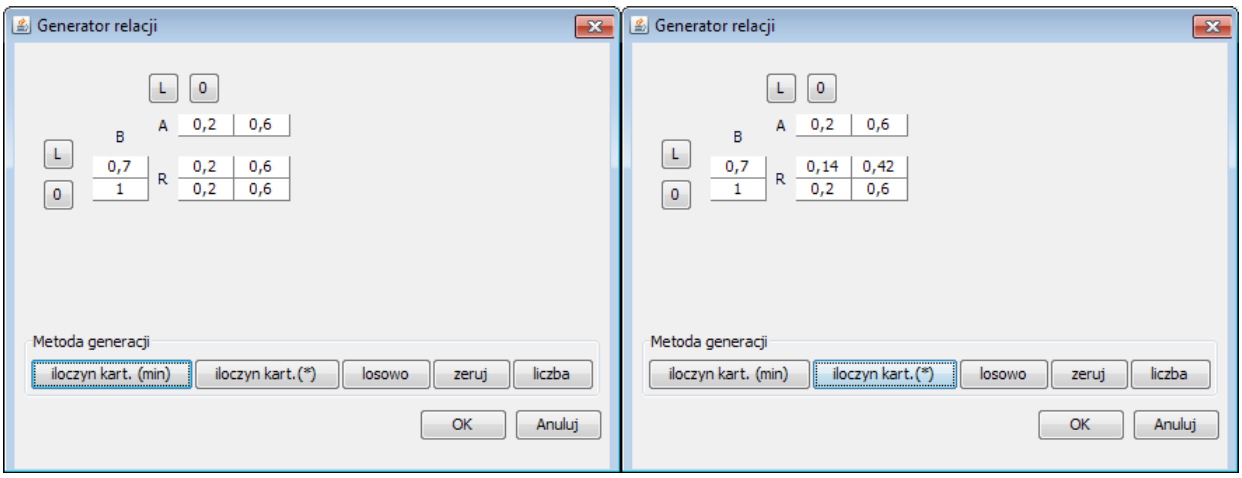
Wybierając odpowiednie działania otrzymujemy odpowiedzi do zadania:

$R \backslash S$	y_1	y_2
x_1	0.2	0.58
x_2	0.2	0.4

$R \oplus S$	y_1	y_2
x_1	0.2	0.58
x_2	0.2	0.4



Rysunek 5: Zadanie 4 (str. 9) - okno apletu z wprowadzonymi danymi



Rysunek 6: Zadanie 4 (str. 9) - okna generatorów relacji z wprowadzonymi danymi

3 Zadania - logika rozmyta

Przedstawiono tutaj rozwiązania zadań z działu: logika rozmyta.

1. Dane są dwa zbiory rozmyte $A(x) = \{(x_1, 0.4), (x_2, 0.3), (x_3, 0.1)\}$ i $B(y) = \{(y_1, 0.3), (y_2, 0.1)\}$. Zbiór A opisuje pojęcie "pomidor jest czerwony", zbiór B — pojęcie "pomidor jest dojrzały". Wyznaczyć wniosek $B'(y)$ dla faktu, że "pomidor jest prawie dojrzały" opisanego zbiorem $A'(x) = \{(x_1, 0.8), (x_2, 0.5), (x_3, 0.4)\}$. Przyjąć implikację Łukasiewicza i t-normę *minimum*.

   Rozwiązanie:

   Zadanie rozwiązujemy przy pomocy apletu *Wnioskowanie rozmyte (zbiór dany wektorem)*

   Ustawiamy odpowiednie rozmiary zbiorów A i B oraz wypełniamy je danymi z zadania. Z panelu wyboru implikacji wybieramy *Łukasiewicz*. Obliczamy zbiór B' wnioskowany ze zbioru A' poprzez relację $A \to B$ przyjmując t-normę minimum (T_m). Uzupełniamy zbiór A' danymi z zadania. W panelu wyboru t-normy zaznaczamy czwartą opcję i wciskamy przycisk *Oblicz relację $A \to B$ i wnioskuj B'*.

   Rozwiązanie zadania odczytujemy ze zbioru B': $B'(y) = \{(y_1, 0.8), (y_2, 0.7)\}$

2. Jaki otrzymamy wynik w zadaniu "z pomidorami", jeżeli przyjmiemy wnioskowanie typu *max-iloczyn*.

   Rozwiązanie:

   Wnioskowanie typu *max-iloczyn* oznacza, że w zadaniu musimy przyjąć implikację *iloczyn* oraz t-normę *maximum (T_m)*. Zadanie wykonujemy analogicznie jak powyższe, przyjmując wyżej wymienione założenia.

   Rozwiązaniem zadania jest zbiór: $B'(y) = \{(y_1, 0.12), (y_2, 0.04)\}$

3. Wykreślić zbiory $a \mathsf{T}_2\, b$ i $a \perp_2 b$ dla $a = trapez(x; 5, 10, 15, 25)$, $b = \mu(x; 10, 30, 40)$ i `x = 0:50`.

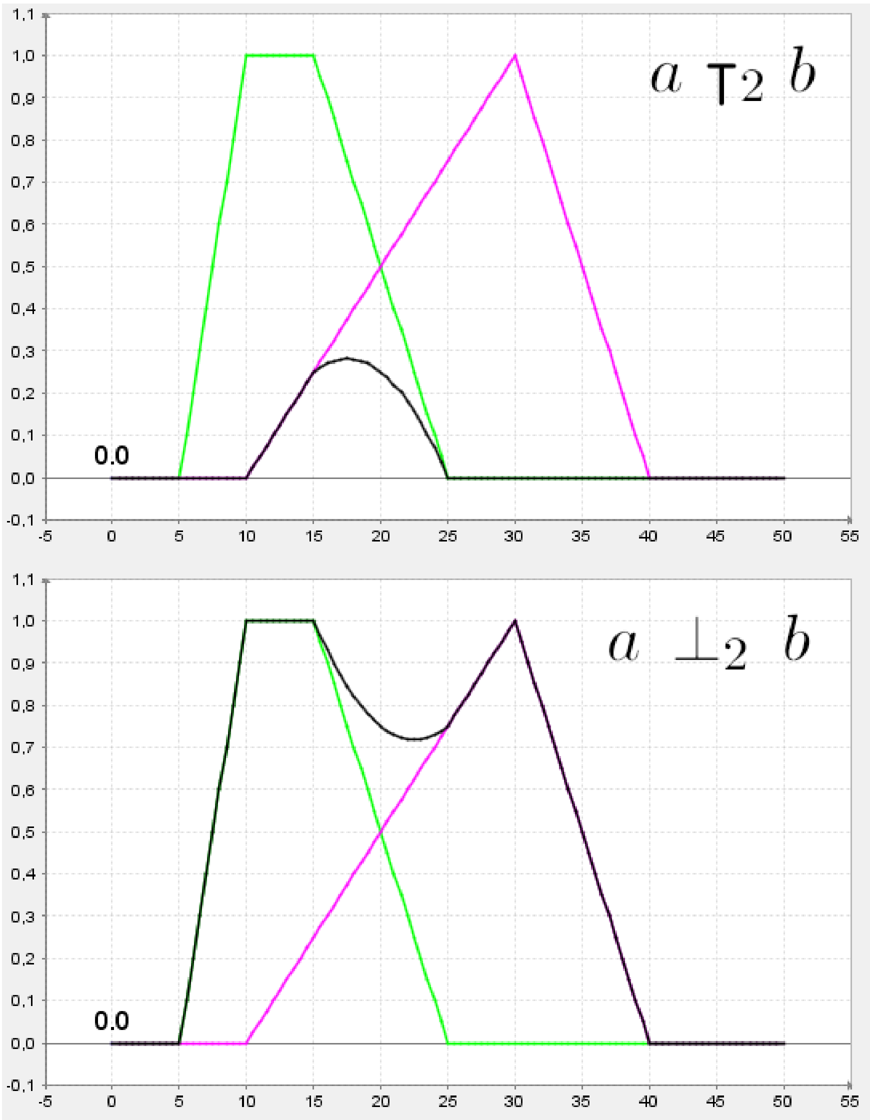
   Rozwiązanie:

   Zadanie rozwiązujemy przy pomocy apletu *Uogólnione działania na zbiorach rozmytych.*

   Ustawiamy uniwersum 0:50 oraz odpowiednie parametry obu funkcji. Wybierając odpowiednie działanie otrzymujemy poszukiwane wykresy funkcji.

   Odpowiedź do zadania przedstawia rysunek 7.

4. Dane są zbiory rozmyte $A(e) = gauss(e; 4, 10)$ opisujący pojęcie "uchyb jest dodatni" i $B(u) = trapez(u; -7.4, -2.4, 2.4, 7.4)$ — "sterowanie jest zerowe". Ponadto, znana



Rysunek 7: Rozwiązanie zadania 3 ze strony 11

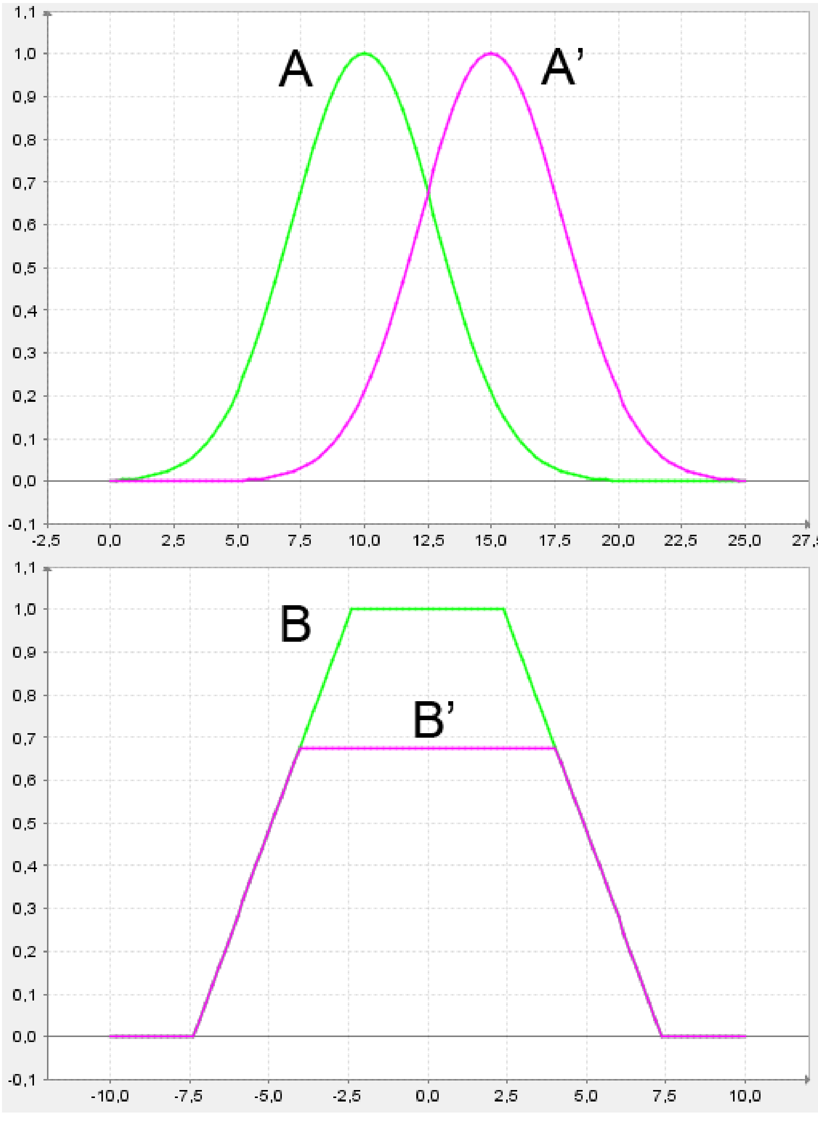
jest reguła sterowania (implikacja) postaci: Jeżeli "uchyb jest dodatni", to "sterowanie jest zerowe". Wyznaczyć zbiór $B'(u)$ dla $A'(e) = gauss(e; 4, 15)$, gdzie $e = 0 : 25$ i $u = -10 : 10$. We wnioskowaniu przyjąć "implikację" i t-normę *minimum*.

Rozwiązanie:

Zadanie rozwiązujemy przy pomocy apletu *Wnioskowanie rozmyte (zbiór dany wzorem)*.

Ustawiamy uniwersum dla wejściowego panelu wykresów (0:25) oraz dla wyjściowego panelu (-10:10). Następnie definiujemy funkcję A (przycisk Ustaw funkcję A) oraz funkcję B (przycisk Ustaw funkcję B). Kolejnym krokiem jest określenie przesłanki A' (przycisk Ustaw funkcję A'). Pozostało jedynie określić implikację (*minimum*) oraz t-normę (T_m) i wciśnięcie przycisku wnioskuj. Na wyjściowym panelu wykresu pojawi się poszukiwany zbiór rozmyty.

Odpowiedź do zadania przedstawia rysunek 8.



Rysunek 8: Rozwiązanie zadania 4 ze strony 11

Spis rysunków